

Erarbeiten Sie sich folgende Grundlagen:

Den Grundbegriff der Funktion legte Leonard Euler bereits im Jahre 1749 fest. Er wurde im Laufe der Jahre weiterentwickelt.

Heute versteht man darunter eine eindeutige Zuordnung, d.h. jeder Ausgangswert erzielt immer nur einen Endwert (Ergebnis).



- Gut vorstellen kann man sich dies, indem man in die Formel für die Berechnung des Volumens eines Würfels ($V=a^3$) den Ausgangswert a einsetzt und man nur ein einziges Ergebnis für V erhält.
→ Wenn $a=2\text{cm}$ beträgt, dann ist das Ergebnis $V=8\text{cm}^3$.

Möchte man ganz genau angeben, welcher Wert der Ausgangswert ist, so benutzt man die Schreibweise $f(\cdot)$.

- Bei der Volumenformel heißt es dann: $V=f(a)=a^3$
lies: das Volumen V ist eine Funktion von a und errechnet sich mittels a^3
oder: das Volumen V ist abhängig von a und errechnet sich mittels a^3
- Bei der Flächenformel für ein Quadrat heißt es dann: $A=f(a)=a^2$
lies: die Fläche A ist eine Funktion von a und errechnet sich mittels a^2
oder: die Fläche A ist abhängig von a und errechnet sich mittels a^2
- Bei der Flächenformel für den Kreis heißt es dann: $A=f(r)=\pi r^2$
lies: die Fläche A ist eine Funktion von r und errechnet sich mittels πr^2
oder: die Fläche A ist abhängig von r und errechnet sich mittels πr^2

Der Ausgangswert hat auf den Endwert eine ganz andere Auswirkung, wenn er z.B. quadratisch (a^2) oder aber kubisch (a^3) erscheint. Soll mehr der Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Endwert herausgearbeitet werden, so werden die Buchstaben x und y dafür verwendet.

- Es heißt dann: $y=f(x)$
lies: y ist eine Funktion von x
oder: y ist abhängig von x

So lassen sich Gesetzmäßigkeiten besser herausarbeiten!

Der Ausgangswert x wird auch als unabhängige Variable bezeichnet und der Endwert y als die abhängige Variable.

Die Menge aller x bezeichnet man als Definitionsbereich.

Die Menge aller y bezeichnet man als Wertebereich. (Warum wohl?)

Möchte man zu einem Ergebnis den Ausgangswert ermitteln, so stellt man die Formel (Funktion) um.

z.B.: $y=x^3$ zu $x=\sqrt[3]{y}$

Das heißt zu der Funktion $f(\cdot)$ wird eine Umkehrfunktion $f^{-1}(\cdot)$ gebildet.
(Wo findet man diese Formulierung auf dem Taschenrechner?)

Um eine Umkehrfunktion bilden zu können, muss die Funktion in beide Richtungen eindeutig sein, d.h. sie muss eineindeutig sein.

(Wie kann man das grafisch veranschaulichen?)

Mathematik: Vorbereitung für die Fachoberschule 12

- Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen!
a) $y = -x + 5$ b) $y = -1,5x + 3$ c) $y = 3x + 3$
d) $y = -x/2 + 4$ e) $y = 0,25x - 1$
- Eine Gerade schneidet die y-Achse bei -4 und steigt unter einem Winkel (zur X-Achse) von 45 Grad an. Wie lautet die Funktionsgleichung?
- Gegeben sind zwei Punkte einer linearen Funktion. Wie lautet die Funktionsgleichung? Berechnen Sie zuerst m, anschließend b.
 $y = mx + b$
a) $P_1(6|7)$ $P_2(-3|1)$
b) $P_1(5|2)$ $P_2(-3|-6)$
c) $P_1(3|7,5)$ $P_2(0|3,5)$
d) $P_1(-8|5)$ $P_2(4|2)$
- Geben Sie die Funktionsgleichung an, deren Graph die Steigung m hat und durch den Punkt P geht.
a) $m = 1$; $P(3|-1)$ b) $m = -3$; $P(-4|5)$
- Wie verändert sich der Graph einer Funktion, wenn man nur die Steigung m verändert?
- Wie verändert sich der Graph einer Funktion, wenn man nur b (Schnittpunkt mit der y-Achse) verändert?
- Gegeben sind folgende lineare Funktionsgleichungen. Formen Sie diese Gleichungen in die Normalform $y = mx + b$ um.
Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen!
a) $2y = 5x - 12$ b) $3y + 9x = 15$
c) $16 - 4x + 8y = 0$ d) $3(2x - 5) = 9(5 - y)$

Lösungen

- $y = x - 4$
- a) $y = \frac{2}{3}x + 3$ b) $y = x - 3$ c) $y = \frac{4}{3}x + 3,5$ d) $y = -\frac{1}{4}x + 3$
- a) $y = x - 4$; b) $y = -3x - 7$
- Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt, die Gerade wird in dem Punkt b gedreht.
- Die Steigung (m) bleibt. Die Gerade wird in y-Richtung um die Strecke b parallel verschoben.
- a) $y = 2,5x - 6$ b) $y = -3x + 5$ c) $y = 0,5x - 2$ d) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{20}{3}$

Mathematik: Vorbereitung für die Fachoberschule 12

Erklären Sie folgende Sachverhalte zu der quadratischen Funktion:

1	Nennen Sie die Glieder einer quadratischen Funktion																					
2	Zeichnen Sie hierfür die Funktion auf Millimeterpapier mit 2cm/ Einheit Funktion: $y=x^2$	Wertetabelle: <table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1,5</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1	1,5	2	3	y									
x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1	1,5	2	3													
y																						
3	Stellen Sie die Funktionen $y=x^2$; $y=x^2+1$; $y=x^2+2$; $y=x^2+4$; $y=x^2-1$; $y=x^2-2$ in einem Koordinatensystem dar und vergleichen Sie diese. Treffen Sie eine Aussage bezüglich des absoluten Gliedes a_0 !																					
4	Stellen Sie die Funktionen $y=x^2$; $y=2x^2$; $y=3x^2$; $y=\frac{1}{2}x^2$; $y=-x^2$; $y=-2x^2$ in einem Koordinatensystem dar und vergleichen Sie diese. Treffen Sie eine Aussage bezüglich des Faktors a_2 !																					
5	Zeichnen Sie die Funktion $y=f(x)=x^2-4x+2$ und werten Sie diese mit Ihrem bisherigen Wissen aus.																					
6	Welche charakteristischen Punkte einer quadratischen Funktion (mit allen Gliedern) sind erforderlich, um den Graphen zeichnen zu können?																					
7	Wie können diese ermittelt werden? → geben Sie Lösungsansätze an																					

Mathematik: Vorbereitung für die Fachoberschule 12

1. Ein Baugrundstück hat eine Fläche von 972 m^2 . Es hat die Form eines Rechtecks und ist 3mal so lang wie breit. Wie sind die Abmessungen?
2. Bestimmen Sie die Länge und Breite eines Rechtecks mit dem Umfang von 27 cm und dem Flächeninhalt von 45 cm^2 !
3. Ein rechtwinkliges Grundstück, dessen Länge die Breite um 12 m übertrifft, hat den Flächeninhalt $A = 6205 \text{ m}^2$. Wie groß sind die Abmessungen?
4. Wenn man die eine Seite eines Quadrates um drei Meter verlängert und die andere um drei Meter verkürzt, so erhält man ein Rechteck mit dem Flächeninhalt $A = 1591 \text{ m}^2$. Berechnen Sie Länge und Breite des Rechtecks!
5. Aus Brettern soll eine Tischplatte hergestellt werden, deren Länge das Eineinhalbfache der Breite sein soll. Wie lang und wie breit muss der Tisch sein, wenn die Fläche $0,96 \text{ m}^2$ werden soll?
6. Der Inhalt eines Rechtecks ist 750 cm^2 . Die Länge ist 5 cm größer als die Breite. Wie groß sind Länge und Breite des Rechtecks?
7. Ein quadratischer Tisch, dessen Seiten 60 cm lang sind, wird an der einen Seite um soviel verlängert, wie die andere Seite verkürzt wird. Der Flächeninhalt des neuen Tisches beträgt 3575 cm^2 . Wie groß sind die Maße des rechteckigen Tisches?
8. Ein Bauplatz hat eine Fläche von 750 m^2 , die Breite beträgt $\frac{3}{4}$ der Länge. Wie sind die Abmessungen des Platzes?
9. Ein Haus steht so auf einem Bauplatz, dass die Kanten des Hauses von den Kanten des Bauplatzes überall den gleichen Abstand haben. Wie groß ist der Abstand, wenn die Maße des Hauses $15 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ sind und die Fläche des Hauses $\frac{18}{112}$ von der Fläche des Bauplatzes beträgt?
10. Eine quadratische Platte mit $a = 80 \text{ mm}$ wird in der Mitte quadratisch ausgestanzt. Die Restfläche beträgt noch 24 cm^2 . Wie breit ist der Steg?
11. Zwei Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind zusammen $10,5 \text{ cm}$ lang. Die Summe der beiden Kathetenquadrate beträgt $A = 56,25 \text{ cm}^2$. Berechnen Sie die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks!
12. Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks haben eine Längendifferenz von 1 cm . Wie groß sind die Katheten, wenn die Hypotenuse 10 cm ist?
13. Die Längendifferenz zwischen der Hypotenuse und einer Kathete beträgt $1,6 \text{ cm}$. Die Summe der beiden Katheten beträgt $11,2 \text{ cm}$. Berechnen Sie die Seiten.
14. Einem Kreis mit dem Durchmesser von 5 cm ist ein Rechteck mit dem Umfang von 14 cm einzubeschreiben. Bestimmen Sie Länge und Breite des Rechtecks!
15. Der Durchmesser eines Kreises ist 12 cm . Wie groß muss der Durchmesser eines Kreises sein, wenn sein Flächeninhalt das Vierfache des ersten Kreises betragen soll?

Lösungen

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $18 \text{ m} \times 54 \text{ m}$ | 2. $7,5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ | 3. $85 \text{ m} \times 73 \text{ m}$ |
| 4. $43 \text{ m} \times 37 \text{ m}$ | 5. $1,2 \text{ m} \times 0,8 \text{ m}$ | 6. $30 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ |
| 7. $65 \text{ cm} \times 55 \text{ cm}$ | 8. $23,72 \text{ m} \times 31,62 \text{ m}$ | 9. 10 m |
| 10. $0,84 \text{ cm}$ | 11. $4,5 \text{ cm}; 6 \text{ cm}; 7,5 \text{ cm}$ | 12. $6,55 \text{ cm}; 7,55 \text{ cm}$ |
| 13. $4,8 \text{ cm}; 6,4 \text{ cm}; 8 \text{ cm}$ | 14. $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ | 15. $d_2 = 24 \text{ cm}$ |